

Бонус-малус систем као саставни део тарифе аутоодговорности¹

Bonus-Malus System as an Integral Part of Automobile Liability

Ивана Симеуновић*

Београдска банкарска академија, Београд

Ивана Домазет**

Институт економских наука, Београд

Младенка Балабан***

Институт економских наука, Београд

Сажетак: Циљ овога рада јесте анализа процеса формирања премијских стопа у осигурању од аутоодговорности која подразумева успостављање еквиваленције између претходног искуства осигураника и износа његове будуће премије. Описани облик утврђивања цене осигурања, познат под називом бонус-малус систем, саставни је део тарифа осигураваача аутоодговорности скоро свих земаља света, док је у нашој земљи његова примена започела од септембра 2011. Тиме је истовремено покренута и идеја овог рада који је базиран на истраживању узорка који садржи 77.291 осигураника једног од највећих осигураваача аутоодговорности у Србији. У поменутој анализи је коришћен модел негативне биномне дистрибуције, као и принцип очекиване вредности, те је као резултат рада конструисан тарифни систем који представља меру ризика појединачних осигураника и који се заснива на принципу правичности.

Кључне речи: Тарифа аутоодговорности, бонус-малус систем, принцип правичности, модел негативне дистрибуције.

Abstrakt: The aim of this paper is to analyze the process of forming automobile liability premium rates. Analysis is based on the establishment of equivalence between the number of reported claims of the policyholder and the amount of his/her future premium. The described form of determining insurance cost, known as bonus-malus system is an integral part of the liability premium rates of insurers in almost all countries, while since September 2011 its implementation in our country has begun. This has initiated the idea of this paper, which is based on research of sample containing 77.291 insured from one of the largest auto liability insurers in Serbia. The overall analysis has been conducted by using the negative binomial distribution and the expected value principle. As a

¹ Овај рад је део истраживачких пројеката под шифрама 47009 (*Европске интеграције и друштвено економске промене привреде ЕУ*) и 179015 (*Изазови и перспективе структурних промена у Србији: Стратешки правци економског развоја и усклађивање са захтевима ЕУ*), финансираних од стране Министарства за науку и технолошки развој републике Србије.

* ✉ ivana.simeunovic@bba.edu.rs

** ✉ ivana.domazet@ien.bg.ac.rs

*** ✉ mladenka.balaban@ien.bg.ac.rs

final result, the tariff system which represents a measure of risk of individual insured and which is based on the principle of fairness is established.

Key words: Automobile liability premium rates, bonus-malus system, fairness principle, negative binomial model.

Увод

Осигурање од аутоодговорности постало је најмасовнији облик неживотног осигурања са значајним учешћем у укупној премији. Овакав тренд присутан је у највећем броју развијених земаља, али и у готово свим земљама у развоју и транзицији. Због неразвијености добровољних врста осигурања, нарочито животног, тржиште осигурања аутоодговорности у нашој земљи убраја се у најразвијенија. Поред обавезности овог осигурања предности које све више опредељују домаће осигураваче ка овом осигурању јесте и готовинска наплата премије чиме се обезбеђује обављање свих текућих послова. Због тога је сасвим разумљиво зашто се на тржишту баш ове врсте осигурања појавила изузетна конкуренција, те је било неопходно креирати одговарајућу стратегију пословања са становишта процеса утврђивања премијских стопа.

Решавање проблема дефинисања основних фактора ризика који се преузима у осигурање представља један од најважнијих предуслова за формирање квалитетне тарифе аутоодговорности. То подразумева озбиљно спровођење анализе изложености ризику, односно уважавање принципа диференцијације премијских стопа. Сваки осигуравач аутоодговорности велику пажњу мора посветити идентификацији најбитнијих фактора ризика који прихвата у осигурање, али и проблему формирања тарифног система који ће одражавати ризик појединачног осигураника.

У овом раду креиран је оптимални систем тарифа аутоодговорности, који успоставља равнотежу између броја пријављених штета осигураника и износа премије коју ће платити. Осим што доприноси конкуритивности тржишта аутоодговорности, једна од основних предности спровођења овог система тарифирања представља повећање безбедности саобраћаја, односно додатно кажњавање непажљивих и неодговорних возача. На тај начин обезбеђује се и примена једног од основних принципа који би требало да се рефлектује кроз цену осигурања- принцип правичности.

Садржај рада је организован на следећи начин: први део рада описује генерални приступ који се примењује у процесу формирања тарифа аутоодговорности базираним на бонус-малус систему са становишта његове различите примене, као и његових најбитнијих карактеристика. У наставку смо се бавили конструкцијом тарифа у које је имплементиран поменути систем кажњавања, односно награђивања, при чему је коришћен узорак једног домаћег осигуравача. Последњи део рада садржи најбитније закључке до којих се дошло у овом раду.

1. Основне карактеристике и примена бонус-малус система

Увођење попушта за возаче моторних возила који не изазивају штетне догађаје, односно увећање основне премије осигураницима одговорним за настанак осигураног случаја појавило се први пут у Великој Британији и скандинавском земљама још почетком 1910. године. Зачетке теоријских поставки за увођење описаних система попушта познатим као Бонус-Малус систем, односно прве актуарске студије посвећене овом моделу тарифирања, појавиле су се раних 1960-тих (Bichsel 1960, Delaporte 1962). Према многим ауторима највећи допринос овој области дали су Bühlmann (1964) и Lemaire (1977).

У процесу формирања тарифа аутоодговорности већина осигураваача као основу користи различите карактеристике осигураника и моторног возила као што су: пол, године старости, брачни статус, тип и намена аутомобила итд. Наведена и слична обележја, која се могу анализирати и пре него што осигураник започне свој период осигурања зову се *a priori* обележја. Основна идеја у поступку тзв. *a priori* тарифирања садржана је у класификацији осигураних лица у хомогене класе ризика према њиховим унапред познатим карактеристикама. Овакав поступак нарочито примењују осигураваачи у САД, где се врши веома детаљна класификација осигураника према различитим обележјима, док највећи број европских осигураваача у процес тарифирања укључује свега неколико *a priori* карактеристика осигураних лица.

И поред значајних предности које садрже тарифе аутоодговорности базиране на поступку *a priori* класификације осигураника, немогуће је занемарити и утицај других значајних детерминанти ризика аутоодговорности које се не могу унапред утврдити. Међу такве карактеристике возача моторних возила спадају: личност возача - његов емоционални статус, импулсивност, параноидност, само понашање возача које се огледа кроз брзину доношења одлука, детектовање саобраћајних знакова и реакције на њих, као и навика конзумирања алкохола. Оваква и слична обележја осигураника не могу се анализирати и имплементирати у процес тарифирања на начин на који се то чини у случају *a priori* обележја осигураника, али се сматра да се описане карактеристике возача рефлектују кроз настанак осигураног случаја. Другим речима, њихову идентификацију могуће је узети у обзир анализом фреквенције, као и износа насталих штета. Овакав систем тарифирања, који се базира на анализи *a posteriori* обележја осигураника, односно који као полазну тачку узима претходно искуство одштетних захтева осигураника познат је као искуствено одређивање премије, *merit rating, no claim discount*, или *Бонус-Малус систем*.

Тарифе аутоодговорности базиране на тзв. *a posteriori* оцењивању ризика садрже многобројне предности, међу којима се могу истаћи следеће (Симеуновић, 2010):

- подстицање возача моторних возила да возе пажљивије;
- смањење броја штета;
- адекватнија процена индивидуалног ризика;

- дугорочно се обезбеђује такав тарифни систем који ће подржавати еквиваленцију између износа премије осигураног лица и фреквенције његових одштетних захтева;
- једноставно (аутоматско) одређивање премије осигурања;
- могућност уклањања мањих одштетних захтева;
- оправдава се њихова компетитивност на тржишту осигурања од аутоодговорности.

Примена бонус-малус система (БМС) подразумева постојање базне премије, нивоа попушта који поједини осигураник заузима, као и правила преласка са једног нивоа попушта на други. Након сваке године, у зависности од броја пријављених одштетних захтева осигураник се помера нагоре или надолу према дефинисаним правилима преласка. Основне разлике у примени и истицању БМС одређене су законском регулативом поједине земље. Напоменимо да је током двадесетог века већина европских земаља примењивала БМС према јединственим правилима. Тек 1994. године осигуравачи аутоодговорности добили су могућност примене сопствених тарифа када је Европска унија усвојила декрет којим се обезбеђује тзв. начело слободе у овом процесу и укидање унифицираних система тарифирања. Ипак, јединствене бонус-малус скале задржане су и данас у неким земљама, као што је Француска. Према законској регулативи ове земље, сви осигуравачи аутоодговорности примењују тзв. ЦРМ коефицијент који подразумева следеће: уколико осигураник у току једне године не пријави штету одобрава му се 5% попушта на основну премију, док у случају пријављеног одштетног захтева његова премија постаје 25% већа. Највиши износ премије који осигураник може платити износи 350% базне премије, док се најповољнија цена овог осигурања може постићи након 13 узастопних година без пријављеног одштетног захтева када ће он платити половину почетне, односно 50% базне премије.

Сви елементи који одређују примену БМС, а то су: правила за кретање по скалама попушта, број нивоа попушта, висина максималног бонуса, износ малуса (доплата на основну премију) у односу на број пријављених штета, су детерминисани развијеношћу економије једне земље. И док се у развијенијим друштвима свест о значају овог осигурања претвара у веома озбиљну и комплексну примену БМС, то је у земљама у развоју примена БМС сведена не свега неколико скала са веома једноставним правилима преласка.

Уколико бисмо кратко анализирали примену БМС система у нашој земљи почев од времена старе Југославије, може се рећи да је до деведесетих година прошлог века вођена задовољавајућа политика у области осигурања од аутоодговорности у погледу развоја и имплементације различитих модела тарифирања, чији је основни захтев био прилагођавање премије ризичности осигураника. Период током бомбардовања и грађанског рата наше земље, односно настанак опште друштвене и привредне кризе условио је губитак и најмањих критеријума који су водили осигуравајућу делатност уопште. Тако је нпр. примена бонус-малус система подразумевала одобравање попушта од 10% безбедним возачима за сваку годину без одштетног захтева, при чему је

максимални попуст могао бити 60%. Примена БМС у Југославији је спровођена до почетка деведесетих година прошлог века.

У Србији је од септембра 2011. године успостављена примена бонус-малуса, при чему се користи једноставан метод обрачуна премије који подразумева следеће: уколико осигураник у току претходне године није забележио штету платиће 5% мању премију осигурања. Ако ни после две године не пријави штету његов попуст износиће 10%, док је попуст од 15% резервисан за возаче који не забележе штету ни у периоду од 3 године. Ово је истовремено и максимални попуст који осигураник може добити. Са друге стране, несавесни возачи који начине једну штету у току године платиће 50% већу премију. Са две пријављене штете премија постаје 2,1 пута скупља, док се са три начињене штете у току године цена овог осигурања увећава 2,5 пута у односу на базну премију. Такође, важно је напоменути да се начињене штете везују за возило, а не за осигураника, па ће лице чије је возило проузроковало штету иако је тим возилом управљала друга особа морати да наредне године плати увећану премију.

2. Формирање тарифног система аутоодговорности применом оптималних бонус малус скала

У овом делу рада биће анализиран узорак једног домаћег осигураваача аутоодговорности, а након тога биће конструисан тарифни систем који је са становишта осигураваача финансијски избалансиран, док са друге стране за осигураника представља праведно постављен систем премија које су пропорционалне индивидуалном ризику. Описани тарифни систем зове се оптимални систем тарифа и процес његовог формирања практично обухвата следеће аспекте:

- Примена Бајесовске анализе и теорије поверења као једног од облика искуственог утврђивања премије.
- Моделирање случајне варијабле *број штета осигураника аутоодговорности* избором одговарајуће расподеле вероватноћа на основу реализованих вредности из одабраног узорка.
- Конструкција тарифа применом одабраног принципа који се у овом процесу може користити.

Постављање описаног тарифног система, односно конструкција оптималних бонус-малус скала спроведена је на следећи начин: на самом почетку изложен је облик Бајесове теорије поверења познат под називом *Bayesian credibility premium model*, а потом је пажња усмерена на процес моделирања фреквенције штета проучаваног портфолија осигураника. Тако је применом χ^2 теста спроведено тестирање прилагођености података из узорка претпостављеној дистрибуцији, чиме започиње процес формирања нето премије који се базира на особинама претходно одабране дистрибуције. Последња фаза јесте избор принципа који се примењује за сам поступак утврђивања премијских стопа, при чему су најчешће коришћени: принцип очекиване вредности (*expected value prin-*

ciple), принцип стандардне девијације (*standard deviation principle*), принцип варијансе (*variance principle*), као и принцип нулте корисности (*principle of zero utility*). Као што је раније наведено, у овом раду је коришћен принцип очекиване вредности чије су претпоставе такође изложене у наставку.

2.1. Методологија истраживања

Основна идеја истраживања за потребе овог рада, односно анализа одабраног узорка, базира се на елементима Бајесове анализе. Она има за циљ придруживање осигуранику нето премије која је еквивалентна његовом претходном искуству пријављених одштетних захтева.

Када се спроводи конструкција оптималног система тарифа применом БМС, полази се од претпоставке да се ризик сваког осигураника може представити јединственим параметром фреквенције штета који је непознат. Описана величина - $\theta > 0$ чини једну реализацију случајне варијабле Θ и одређује ниво ризика сваког осигураника, односно одређује његов очекивани број штета у посматраном периоду.

Уколико за одабрани портфолио осигураника посматран у неком временском периоду од t година, сваком осигуранику доделимо вредност k_j означену као број одштетних захтева који је он забележио и за које је он одговоран у току j -те године, то се укупно претходно искуство појединог осигураника у току посматраног временског интервала може представити вектором (k_1, k_2, \dots, k_t) . Увешћемо претпоставку да су обсервације - k_j случајне варијабле K_j независне и равномерно распоређене. На тај начин, наш задатак постаје да на основу реализованих обсервација из узорка - K_1, K_2, \dots, K_t предвидимо, односно формирамо низ функција облика $\theta_{t+1} = \theta_{t+1}(k_1, k_2, \dots, k_t)$, $t = 0, 1, 2, \dots$, које ће представљати величину ризика - θ за годину $t+1$ (Lemaire, 1985).

Користећи податке о броју пријављених штета осигураника из претходног периода, (k_1, k_2, \dots, k_t) , те постериори дистрибуција оф θ , односно структурна функција овог параметра имаће следећи облик (Бајесова теорема):

$$u(\theta | k_1, k_2, \dots, k_t) = \frac{P(k_1, k_2, \dots, k_t | \theta) u(\theta)}{P'(k_1, k_2, \dots, k_t)}$$

где је са:

$$P'(k_1, k_2, \dots, k_t) = \int_0^{\infty} P(k_1, k_2, \dots, k_t | \theta) u(\theta) d\theta$$

означен израз који представља дистрибуцију броја штета у току анализираних t година посматрања.

На крају, дефинишући очекивани губитак као суму свих “података” о броју пријављених штета појединих осигураника (k_1, k_2, \dots, k_t) и њиховим t -димензионалним дистрибуцијама броја штета које су дефинисане параметром θ , из анализираних година од t година, имаћемо:

$$R_{t+1}(\theta_{t+1}, \theta) = E[L_{t+1}(\theta_{t+1}, \theta)] = \sum L_{t+1}(\theta_{t+1}, \theta) P(k_1, k_2, \dots, k_t)$$

где је $L_{t+1}(\theta_{t+1}, \theta)$ функција губитка, а $R_{t+1} = R_{t+1}(\theta_{t+1}, \theta)$ функција осигураног (актурског) ризика за годину $t + 1$.

Имајући у виду да је функција губитка увек ненегативна потребно је за сваку годину t и сваки вектор (k_1, k_2, \dots, k_t) минимизирати следећи израз:

$$\int_0^{\infty} L_{t+1}(\theta_{t+1}, \theta) u(\theta | k_1, k_2, \dots, k_t) d\theta$$

Најчешћи случај у актуарској пракси јесте избор функције губитка у квадратној форми. То значи да је неопходно одредити минимум следећег израза:

$$\int_0^{\infty} (\theta_{t+1} - \theta)^2 u(\theta | k_1, k_2, \dots, k_t) d\theta$$

одакле се добија израз који представља тзв. Бајесову премију (Лемаире, 1995):

$$\theta_{t+1}(k_1, k_2, \dots, k_t) = \int_0^{\infty} \theta u(\theta | k_1, k_2, \dots, k_t) d\theta$$

Следећа етапа која нам омогућује да формирамо тарифни систем изведен на основу података о броју пријављених штета анализираних узорка јесте да утврдимо којој се дистрибуцији најбоље прилагођавају подаци из узорка. За штете по основу аутоодговорности најчешће се примењује једна од следеће три расподеле: Пуасонова (*Poisson*), негативна биномна (*Negative Binomial*) и Пуасон инверзна Гаусова (*Poisson Inverse Gaussian*). Тестирање ће бити спроведено применом χ^2 теста који представља најшире коришћен статистички тест у поменутом смислу (Besson and Partrat, 1990).

2.2. Резултати истраживања

Анализом је обухваћен узорак од 77.291 осигураника аутоодговорности једног домаћег осигураваача. У табели бр. 1 је приказан распоред фреквенција штетних догађаја одабраног портфолија осигураника из 2011. године.

Просечан број штета у узорку износи:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i = 0.110737$$

док је варијанса посматраног узорка једнака:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^k f_i \cdot (X_i - \bar{x})^2 = 0.118918$$

Табела 1. Распоред фреквенција осигураника према броју насталих штета

Број штета (X)	Број осигураника
0	69.458
1	7.167
2	610
3	52
4	4
≥ 5	0
Σ	77.291

У наставку су израчунате очекиване фреквенције² штета примењујући сваку од наведене три дистрибуције, па потом тестирана прилагођеност реализованих (емпиријских) фреквенција претпостављеној расподели применом χ^2 теста³. За процену непознатих параметара свих дистрибуција коришћен је метод момената (табеле бр.2 и бр.3).

Табела 2. Процењена фреквенција штетних догађаја за различите моделе дистрибуција

Број штета	Реализоване фреквенције - f_i	Очекиване фреквенције - f_i'		
		Пуасонова	Негативна биномна	Пуасон инверзна Гаусова
0	69.458	70.685,12	69.459,22	69.453,24
1	7.167	6.315,18	7.162,58	7.178,97
2	610	282,11	615,67	602,07
3	52	8,40	49,40	51,54
4	4	0,19	3,82	4,68
≥ 5	0	0,00	0,29	0,45

² У поступку израчунавања очекиваних (теоријских) фреквенција најпре се одређују вероватноће за сваки од разматраних модела које су потом помножене величином узорка.

³ Примена χ^2 теста базирана је на правилу “све очекиване фреквенције износе најмање 5 груписања фреквенција”, док је за ниво значајности одабрано $\alpha = 0.05$.

Табела 3. Реализоване вредности χ^2 статистике теста и процењени параметри дистрибуција

Дистрибуција	Пуасонова ⁴	Негативна биномна ⁵	Пуасон инверзна Гаусова ⁶
Параметерс	$\hat{\theta} = 0.110737$	$\hat{a} = 1.498931$	$\hat{\alpha} = 0.110737$
		$\hat{b} = 13.535911$	$\hat{\beta} = 0.073878$
$\chi^2 = \frac{(f_i - f'_i)^2}{f'_i}$	228.04	0.49	0.68

Поредећи критичну вредност χ^2 распореда са реализованом статистиком појединог теста закључујемо: посматрани распоред штета по основу аутоодговорности се не прилагођава Пуасоновој расподели јер важи неједнакост $\chi^2 = 228.04 > 7.815 = \chi^2_{3;0.95}$. Са друге стране, како је $\chi^2 = 0.49 < 7.815 = \chi^2_{3;0.95}$, као и $\chi^2 = 0.68 < 7.815 = \chi^2_{3;0.95}$ са ризиком

⁴ Пуасонова дистрибуција, у ознаци $X : Poi(\theta)$ је дефинисана следећим законом вероватноће: $p_k = P(X = k) = e^{-\theta} \frac{\theta^k}{k!}, \theta > 0$. Очекивана вредност и варијанса случајне варијабле која подлеже Пуасоновој дистрибуцији износе: $E(X) = Var(X) = \theta$.

⁵ Негативна биномна дистрибуција, у ознаци $X : NegBin(a, b)$ где је $a > 0$ број “успеха”, а $0 < p < 1$ вероватноћа “успеха” је дефинисана следећим законом вероватноће: $p_k = P(X = k) = \binom{k+a-1}{k} p^a (1-p)^k$. Очекивана вредност и варијанса случајне променљиве са негативном биномном расподелом су, редом, $\frac{a}{b}$ и $\frac{a}{b} \left(1 + \frac{1}{b}\right)$.

⁶ У овом случају полазимо од претпоставке да се непознати параметар Пуасонове расподеле прилагођава инверзној Гаусовој дистрибуцији. Инверзна Гаусова расподела, у ознаци $X:IG(\alpha, \beta)$ је дефинисана функцијом густине $f(x) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi\beta x^3}} e^{\left(-\frac{1}{2\beta x}(x-\alpha)^2\right)}, x > 0$.

Моменти првог и другог реда ове дистрибуције износе редом: $E[X] = \alpha$, $Var(X) = \alpha\beta$.

грешке од 5% немамо разлога да одбацимо (задржавамо) хипотезу о прилагођености проучаваног распореда негативној биномној дистрибуцији, као и Пуасон инверзној Гаусовој дистрибуцији.

Како је нешто боља апроксимација негативном биномном дистрибуцијом (удаљеност реализоване χ^2 статистике од критичне вредности распореда за овај модел већа је него у случају Пуасон инверзног Гаусовог модела) у наставку ће бити описан модел којим се успоставља систем оптималног БМС изведен на претпоставкама ове дистрибуције.

Једна од битних особина негативне биномне дистрибуције која је значајна за нашу анализу гласи: уколико је *a priori* дистрибуција непознатог параметра Θ гама дистрибуција са параметрима a и b , односно уколико важи: $\Theta : \Gamma(a, b)$, тада је и *a posteriori* дистрибуција параметра фреквенције штета такође гама, чији су параметри сада (Venter, 1990):

$$a' = a + k \quad \text{и} \quad b' = b + t$$

где је: $k = \sum_{i=1}^t k_i$ - укупан број штета по осигуранику, t - број година који се узима у анализу.

Одавде следи да се проценитељ просечне фреквенције штета за скуп осигураника чији су подаци о штетама из претходног периода представљени вектором (k_1, k_2, \dots, k_t) може представити у облику:

$$\theta_{t+1}(k_1, k_2, \dots, k_t) = \frac{a+k}{b+t} = \frac{a'}{b'}$$

Најзад, за конструкцију оптималног БМС за посматрани скуп осигураника аутоодговорности заснованог на елементима Бајесовске анализе применимо принцип према којем ћемо сваком осигуранику доделити износ премије који је еквивалентан његовом претходном искуству пријављених штета. Овај једноставан принцип, познат под називом принцип очекиване вредности представљен је следећим изразом:

$$P = (1 + \alpha)E(X), \quad (\alpha > 0)$$

где је α - додаток нето премији познат под називом коефицијент сигурности.

Из наведених параметара следи да је износ премије осигураника чије је претходно искуство одштетних захтева представљено вектором (k_1, k_2, \dots, k_t) , једнак:

$$P(k_1, k_2, \dots, k_t) = c(1 + \alpha)\theta_{t+1}(k_1, k_2, \dots, k_t) = c(1 + \alpha)\frac{a'}{b'}$$

Користећи дефиницију наведеног принципа, правило за извођење оптималног система тарифа, односно оптимални БМС може се записати у виду следећег количника:

$$\frac{\int_0^{\infty} \theta du(\theta | k_1, k_2, \dots, k_t)}{\int_0^{\infty} \theta du(\theta)}$$

одакле, узимајући да је износ базне, односно иницијалне премије једнак 100 новчаних јединица добијамо израз за одређивање а постериорне нето премије, односно правило којим се одређује износ премије у систему оптималног БМС.

$$P'_{t+1}(k_1, k_2, \dots, k_t) = 100 \cdot \frac{a+k}{\frac{b+t}{a}} = 100 \cdot \frac{b(a+k)}{a(t+b)} = 100 \cdot \frac{a'}{b'} \cdot \frac{b}{a}$$

Табела 4. Оптимални БМС – модел негативне биномне дистрибуције

Број година без одштетног захтева τ	Број пријављених штета осигураника к						
	0	1	2	3	4	5	6
0	100						
1	93.12	155.25	217.37	279.50	341.62	403.75	465.87
2	87.13	145.25	203.38	261.51	319.63	377.76	435.88
3	81.86	136.47	191.08	245.69	300.30	354.91	409.52
4	77.19	128.69	180.18	231.68	283.18	334.67	386.17
5	73.02	121.74	170.46	219.18	267.89	316.62	365.34
6	69.29	115.51	161.74	207.96	254.18	300.41	346.64
7	65.91	109.88	153.86	197.83	241.81	285.78	329.76

Табела 4. садржи износе премија које би требало да плати осигураник посматраног портфолија који је одговоран за настак k штета у току временског интервала од t година.

Закључак

Обавезно осигурање од аутоодговорности може се посматрати као услов легалне употребе моторног возила. Наиме, овај облик осигурања представља израз права свих учесника у саобраћају да очекују сигурност одвијања саобраћаја, као и заштиту свог живота, здравља и имовине. На тај начин примена, односно адекватно спровођење осигурања од аутоодговорности, чини једну од кључних претпоставки у процесу регулисања и унапређења нивоа безбедности саобраћаја. Процес формирања адекватног тарифног система од суштинског је интереса за

решење овог проблема и један од најефикаснијих метода са посматраног становишта представља управо незаобилазна примена бонус-малус система.

Због тога што је у нашој земљи тек непосредно успостављена примена овог веома значајног инструмента у процесу формирања тарифа, желели смо да за одабрани узорак, користећи елементе теорије поверења, модел негативне биномне дистрибуције, као и принцип очекиване вредности, креирамо систем тарифа аутоодговорности, односно оптимални бонус-малус систем и тиме истовремено укажемо пажњу на изузетне предности различитих математичко-статистичких модела који се веома успешно користе у овој области. Најважнији закључци до којих се дошло спровођењем нашег истраживања су следећи:

- Основна карактеристика формираног тарифног система јесте да је за сваки ризик који се преузима у осигурању износ очекиваних штета једнак износу укупних премија. То значи да је постављени систем финансијски избалансиран, односно да је изведен у складу са принципом правичности као једним од најважнијих принципа који треба да испуњавају тарифе осигурања. Другим речима, сваке године просечна вредност укупно приходованих премија остаје на свом иницијалном нивоу - $\frac{a}{\tau}$, односно, осигуравачев очекивани приход по осигураннику једнак је:

$$\sum \theta_{t+1}(k_1, k_2, \dots, k_t) P'(k_1, k_2, \dots, k_t) = \frac{a}{\tau}$$

- Изложен тарифни систем који почива на принципима Бајесове теорије практично представља облик премије поверења⁷, односно премије изведене из теорије поверења. У нашем случају, уз претпоставку да се фактор поверења може представити у облику $z = \frac{t}{b+t}$, формирана нето премија имаће облик:

$$\theta_{t+1}(k_1, k_2, \dots, k_t) = z \cdot \frac{k}{t} + (1-z) \cdot \frac{a}{b}$$

где је $\frac{a}{b}$ износ просечне, *a priori* премије, док је $\frac{k}{t}$ резултат индивидуалних опсервација осигураника (Venter, 1990).

- Креирани систем тарифа у овом раду даје предлог за износ премије анализирајући значајно дужи период без одштетног захтева, као и

⁷ Премија изведена на елементима теорије поверења представља пондерисани просек индивидуалног ризика и просечне (средње) вредности колективног ризика и има општи облик

дат са: $P = z \cdot \hat{X} + (1-z) \cdot \mu$, $0 < z < 1$

могућност пријаве више од три штете годишње, што су основне слабости успостављеног система БМС у Србији.

- Формирани тарифни систем изведен је на темељу података о пријављеним штетама, не и на основу износа ових штета. Такође, у анализу нису укључене поједине веома значајне *a priori* карактеристике возача које могу имати приличан утицај на настајање штета. То би истовремено била и основна ограничења постављеног система тарифирања.

Литература

- Besson, J.L., Partart, C. (1992). Trend et Systemes de Bonus-Malus. *ASTIN Bulletin* 22,11-31.
- Bühlmann, H. (1970). *Mathematical methods in risk theory*. Berlin: Springer-Verlag, New York: Heidelberg.
- Denuit, M., Marechal, X., Pitrebois, S. and Walhin, J.F. (2007). *Actuarial modelling of claim counts, Risk classification, Credibility and Bonus-Malus systems*. San Francisco: John Wiley&Sons, Inc.
- Домазет, И. (2007), Фактор унапређења конкурентске позиције предузећа – оперативни менаџмент, *Анали Економског факултета у Суботици*, 18, 93-101.
- Herzog, T. (1999). *Solution manual for introduction to credibility theory*. Connecticut, USA: ACTEX Publications.
- Lemaire, J. (1995). *Bonus-malus systems in automobile insurance*. The Wharton School, The University of Pennsylvania: Kluwer Academic Publishers.
- Lemaire, J. (1979). How to define bonus-malus systems using an exponential utility function. *ASTIN Bulletin*, 10 (3), 274-282.
- Rolski, T., Schmidli, H., Schmidt, V. and Teugels, J. (1998). *Stochastic process for insurance and finance*. San Francisco: Wiley Publishing.
- Schmidt, K.D. (1998). Bayesian models in actuarial mathematics. *Mathematical Methods of Operations Research*, 48, 117-146.
- Симеуновић, И. (2010), *Статистичко-актуарске основе и решавање проблема у процесу утврђивања премије у осигурању од аутоодговорности*, необјављена докторска дисертација. Београд: Београдска банкарска академија.
- Симеуновић, И., Здравковић, А., Миновић, Ј. (2009). Applying Markov Chains in Bonus System. L. ZadnikŠtim, J. Žerovnik, S. Drobne and A. Lisec (ur.), *International Symposium on Operational Research* (str. 325-332). Nova Gorica: Slovenian Society Informatik.
- Симеуновић, И. (2008), Искусствено одређивање премије - БОНУС СИСТЕМ, *Индустрија*, 36 (1), 67-76.
- Venter, G. (1990). *Credibility*, New York: Foudations of Actuarial Science-Casualty Actuarial Society.

Resume

Car insurance can be considered as a precondition for the legal usage of motor vehicle. This type of insurance presents the expression of rights of all traffic participants, where everyone can expect traffic security, and protection of life, health and property. In this manner, the implementation and adequate car insurance practice, present one of the key presumptions in the process of regulation and improvement of traffic security level. Adaptation of the bonus-malus system is one of the most efficient methods in the process of establishing the adequate tariff system. The tariff system proposed in this paper provides the preposition for premium rates by analyzing a long period without compensation request, as well as the possibility to report more than three damages per year, which are the basic weaknesses of the present BMS system in Serbia.